Урок 1

Тема уроку: Числові послідовності.

Підручник Алгебра 9 клас Мерзляк §3, п. 15

Добрий день, мої любі!

На цьому уроці ви повинні опанувати поняття послідовності та способи її задання; навчитися записувати послідовності; за допомогою формули n-го члена і рекурентної формули знаходити будь-який член послідовності.

В повсякденному житті ми часто зустрічаємося з такими об'єктами, які для зручності пронумеровані, наприклад, місяці року, дні тижня, під'їзди та квартири будинку, вагони поїздів і т.п.. Якщо говоримо про конкретний клас, то учень цього класу має свій порядковий номер у журналі. Всі ці різні сукупності назвали одним словом - **послідовність**.

Отже об'єкти, які пронумеровані поспіль натуральними числами 1, 2. 3, …n, …, утворюють послідовності. Об'єкти, які утворюють послідовність, називають **членами послідовності**. Кожний член послідовності має свій номер. Наприклад: січень – це перший член послідовності місяців року, лютий – другий. Якщо член послідовності має номер n, то його називають n-им членом цієї послідовності.

Ми з вами будемо розглядати **числові послідовностями**, тобто послідовності у яких членами будуть числа.

Наприклад: 1) послідовність натуральних чисел 1;2;3;4;…
2) послідовність парних чисел 2;4;6;8;…
3) послідовність чисел, які діляться на 10 10; 20; 30;…

Числова послідовність позначається так: (a_n): a_1; a_2; a_3; ...; a_n або (b_n) або (c_n) і т.п. Де a_1 – це перший член послідовності, a_2 – другий член послідовності, a_n — n-й член послідовності; n — номер члена. З першого прикладу видно, що $a_1 = 1$ – це перший член послідовності, $a_2 = 2$ – це другий член послідовності, $a_3 = 3$ – це третій член послідовності і т.п.

Види числових послідовностей:

- Якщо кількість членів n послідовності (a_n) скінченна, то (a_n) — **скінченна послідовність**.
- Якщо кількість членів n послідовності (a_n) нескінченна, то (a_n) – **нескінчена послідовність**
- Якщо кожний наступний член послідовності, починаючи з другого, більший за попередній, то послідовність є ***зростаючою***
- Якщо кожний член послідовності, починаючи з другого, менший від попереднього, то послідовність є ***спадною***

Приклади:

а) (a_n): 1; 2; 3; ... — послідовність натуральних чисел є зростаючою;

б) (b_n): -1; -2; -3; ... — послідовність цілих від'ємних чисел є спадною.

Способи задання числових послідовностей:

1) описом

Приклад. Числова послідовність дільників числа 15, записаних у порядку зростання: (a_n): a_1= 1; a_2 = 3; a_3 = 5; a_4 = 15;

2) **формулою *n*-го члена**. В формулі завжди присутня **n**.

Приклад. $a_n = n^2 - 1$, тоді $a_1 = 1^2 - 1 = 0$; $a_2 = 2^2 - 1 = 3$; $a_3 = 3^2 - 1 = 8$ і т.п.;

3) **рекурентною формулою**. Це спосіб задання послідовності за допомогою початкових умов і певної формули. В формулі присутні **члени послідовності**.

Приклад. Початкові умови: $a_1 = 1$; $a_2 = 2$,рекурентна формула $a_n = a_{n-1} \cdot a_{n-2}$.

Знайти перші п'ять членів послідовності.

Тоді $a_1 = 1$; $a_2 = 2$; $a_3 = a_1 \cdot a_2 = 2$ - замість n підставили число 3; $a_4 = a_2 \cdot a_3 = 2 \cdot 2 = 4$; $a_5 = a_3 \cdot a_4 = 4 \cdot 2 = 8$.

Попрацюємо з підручником Алгебра 9 клас Мерзляк стор. 155

№15.4

1) Дано: $b_n = \frac{10}{n}$ до речі, формула n-го члена послідовності

Знайти: b_2, b_7, b_{100}

Розв'язання:

Якщо нам треба знайти b_2, то це означає, що замість n ми повинні підставити 2. Отже $b_2 = \frac{10}{2} = 5$.

Якщо нам треба знайти b_7, то це означає, що замість n ми повинні підставити 7. Отже $b_7 = \frac{10}{7} = 1\frac{3}{7}$.

$b_{100} = \frac{10}{100} = \frac{1}{10}$.

2) Дано: $b_n = 5 - 2n$

Знайти: b_2, b_7, b_{100}

Розв'язання:

$b_2 = 5 - 2 \cdot 2 = 5 - 4 = 1$;

$b_7 = 5 - 2 \cdot 7 = 5 - 14 = -9$;

$b_{100} = 5 - 2 \cdot 100 = 5 - 200 = -195$

№15.7

1) Дано: $a_1 = 4$, $a_{n+1} = a_n + 3$ – до речі, <u>це рекурентна формула</u>

Знайти: a_2, a_3, a_4, a_5.

Розв’язання:

Якщо n =1, то n + 1 = 2. Отже за рекурентною формулою $a_2 = a_1 + 3 = 4 + 3 = 7$;

Якщо n = 2, то n + 1= 3. Отже $a_3 = a_2 + 3 = 7 + 3 = 10$;

Якщо n = 3, то $a_4 = a_3 + 3 = 10 +3 =13$;

Якщо n = 4, то $a_5 = a_4 + 3 = 13 + 3 = 16$.

2) Дано: $a_1 = -2$, $a_2 = 6$, $a_{n+2} = 3a_n + a_{n+1}$

Знайти: a_3, a_4, a_5.

Розв’язання:

Для n = 1. $a_3 = 3a_1 + a_2 = 3 \cdot (-2) + 6 = -6 + 6 = 0$;

Для n = 2. $a_4 = 3a_2 + a_3 = 3 \cdot 6 + 0 = 18$

Для n = 3. $a_5 = 3a_3 + a_4 = 3 \cdot 0 + 18 = 18$.

№15.9

Дано: $a_n = 7n + 2$

Чи є членом послідовності: $a_n = 23$, $a_n = 149$, $a_n = 47$?

Розв’язання: Перевіримо чи є членом послідовності $a_n = 23$. Для цього підставимо в нашу формулу $a_n = 7n + 2$ замість a_n число 23.

$7n + 2 = 23$ – розв’язуємо рівняння

$7n = 23 - 2$

$7n = 21$

$n = 3$ – натуральне число, отже це є номер послідовності. Тобто число 23 є членом даної послідовності.

Перевіримо чи є членом послідовності $a_n = 149$.

$7n + 2 = 149$

$7n = 149 – 2$

$7n = 147$

$n = 21$ - натуральне число, отже це є номер послідовності. Тобто число 149 є членом даної послідовності.

Перевіримо чи є членом послідовності $a_n = 47$

$7n + 2 = 47$

$7n = 47 – 2$

$7n = 45$

$n = \frac{45}{7} = 6\frac{3}{7}$ - не є натуральним числом, отже це не є номером послідовності. Тобто число 47 не є членом даної послідовності.

Домашнє завдання

Підручник Алгебра 9 клас Мерзляк § 3, п.15. Опрацювати ПРИКЛАД на стор. 154. Виконати №15.7(1;2;3); 15.8; 15.10.